

Escola Municipal NILZA MARIA CARBONARI FERRAGUT

Grupo de Estudos de Matemática Avançada - GEMA

CÁLCULO DE RAÍZES DE EQUAÇÕES DE 2º GRAU

$$ax^2 + bx + c = 0$$

↓

$$x = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a}$$

No Brasil, costuma-se chamar essa expressão de **Fórmula de Báskhara**, um matemático indiano que supostamente teria elaborado essa fórmula. Há quem diga que essa fórmula não foi elaborada por Báskhara e que nem na Índia a chamam assim, sendo algo exclusivamente brasileiro. Independentemente da veracidade histórica da autoria dessa fórmula, continuaremos a utilizar essa nomenclatura por estar consagrada no ensino de matemática brasileiro.

Note que, em princípio, são duas respostas, sendo a primeira com sinal de menos:

$$x_1 = \frac{-b \ominus \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Enquanto a outra, será com o sinal de mais:

$$x_2 = \frac{-b \oplus \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Porém, cabe esclarecer o que significa o Δ da fórmula, que nada mais é do que o seguinte número:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Note que na fórmula encontramos a raiz quadrada de Δ , o que significa que no conjunto dos números reais o Δ não pode ser negativo, pois não existe número real que seja raiz quadrada de número negativo.

O sinal de Δ tem significados relevantes na resolução de equações de 2º grau, pois nos informa quantas raízes reais teremos. Aqui é preciso um certo cuidado com uma afirmação frequente segundo a qual uma equação de n grau terá n raízes. Mas essa afirmação somente estará correta conforme o conjunto numérico em questão. Em relação ao conjunto dos números reais (\mathbb{R}) essa afirmação não é verdadeira, conforme veremos a seguir. Já a mesma afirmação é correta em relação ao conjunto dos números complexos conforme o conjunto numérico em questão. Em relação ao conjunto dos números reais (\mathbb{C}). No caso específico de uma equação de 2º grau sempre haverá duas raízes distintas apenas no conjunto dos números complexos conforme o conjunto numérico em questão. Em relação ao conjunto dos números reais (\mathbb{C}), mas no caso do conjunto dos números reais conforme o conjunto numérico em questão. Em relação ao conjunto dos números reais (\mathbb{R}) pode ter duas, uma ou nenhuma raiz real, algo que vai depender do sinal de Δ .

A seguinte tabela relaciona o sinal de Δ com o número de raízes reais:

Sinal de Δ	Número de Raízes
$\Delta > 0$	2 raízes reais
$\Delta = 0$	1 raiz real (dupla)
$\Delta < 0$	nenhuma raiz real

Veja os seguintes exemplos:

1º CASO - $\Delta > 0 \rightarrow 2$ raízes reais:

Encontre as raízes de

$$2x^2 + 10x + 8 = 0$$

Inicialmente, vamos identificar os coeficientes a , b e c , fazendo $a = 2$, $b = 10$ e $c = 8$.

Em seguida calculamos Δ e analisamos o sinal:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 10^2 + 4.(2).(8) = 100 - 64 = +36$$

O sinal positivo de Δ significa que a equação tem duas raízes reais, que passamos a calcular:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-10 \pm \sqrt{36}}{2 \cdot (2)} = \frac{-10 \pm 6}{4}$$

Sendo duas raízes, então vamos calcular x_1 e x_2 , da seguinte maneira:

$$x_1 = \frac{-10-6}{4} = \frac{-16}{4} = -4 \rightarrow \boxed{x_1 = -4}$$

$$x_2 = \frac{-10+6}{4} = \frac{-4}{4} = -1 \rightarrow \boxed{x_2 = -1}$$

Finalizando, as raízes da equação dada será o seguinte conjunto solução:

$$S = \{-4; -1\}$$

2º CASO - $\Delta = 0 \rightarrow 1$ única raiz real:

Encontre as raízes de

$$2x^2 + 8x + 8 = 0$$

Inicialmente, vamos identificar os coeficientes a , b e c , fazendo $a = 2$, $b = 8$ e $c = -8$.

Em seguida calculamos Δ :

$$\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \cdot (2) \cdot (8) = 64 - 64 = 0$$

Sendo $\Delta = 0$ isso significa que a equação tem uma única raiz real, que passamos a calcular:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2 \cdot (2)} = \frac{-8}{4} = -2$$

Finalizando, a raiz da equação dada será o seguinte conjunto solução:

$$S = \{-2\}$$

Nesses casos, diz-se que a raiz única tem multiplicidade 2.

3º CASO - $\Delta < 0 \rightarrow$ nenhuma raiz real:

Encontre as raízes de

$$2x^2 + 8x + 10 = 0$$

Inicialmente, vamos identificar os coeficientes a , b e c , fazendo $a = 2$, $b = 8$ e $c = 10$.

Em seguida calculamos Δ e analisamos o sinal:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 + 4.(2).(10) = 64 - 80 = -16$$

O sinal negativo de Δ significa que a equação não tem raízes reais, resultando a solução no conjunto vazio.

$$S = \emptyset$$